MATHEMATIK für die ASTRONOMIE

KULTURBUND DER DDR

Zentrale Kommission Astronomie und Raumfahrt – Arbeitskreis „Numerische Astronomie"

Veröffentlichung 1 Leipzig 1985

Was wollen wir ?

"Mathematik für die Astronomie" soll eine Veröffentlichung sein, die den interessierten Astronomieamateur befähigt, mit Hilfe eines Taschenrechners oder eines Heimcomputers astronomische Berechnungen durchzuführen.
Der Arbeitskreis "Numerische Astronomie" will sich dabei bemühen, einen möglichst breiten Interessentenkreis anzusprechen, also ein Material mit bescheidenem bis höchstem Anspruch, zur Verfügung zu stellen. Weiterhin erklären wir uns bereit, Probleme, die an uns herangetragen werden, unseren Möglichkeiten entsprechend, mathematisch aufzubereiten.

Thema dieser Veröffentlichung ist die Zeitbestimmung

Eine zentrale Rolle bei der Zeitbestimmung spielt das Julianische Datum (JD). Das JD ist eine durchlaufende Tageszählung, beginnend mit dem 1. Januar – 4712 um 12 Uhr.
Durch anfängliche Schwierigkeiten bei der Einführung eines einheitlichen Kalenders, der sowohl die Drehung der Erde um ihre eigene Achse, als auch die Bewegung der Erde um die Sonne derart berücksichtigt, daß die daraus entstehenden Erscheinungen über einen sehr langen Zeitraum gleichmäßig reproduzierbar sind, treten Unregelmäßigkeiten auf. Eine gute Zusammenfassung aller Bemühungen, eine, hohen Ansprüchen gerecht werdende Zeiteinteilung einzuführen, kann man beispielsweise im "Brockhaus Astronomie" unter – Kalender – nachlesen.

Ich will mich hier darauf beschränken, den Rechengang darzustellen, der zu jedem bürgerlichem Datum das entsprechende JD und umgekehrt liefert.

Wir möchten uns auf eine möglichst einfache Sprache einigen, die es uns für die Zukunft leichter macht, den Rechengang a u c h für einen Computer zu programmieren.

Es sei y = INT (x) ; für alle reellen Zahlen x ($y = [x]$)
der ganzzahlige Teil (engl. integer part)

z.B.	y = INT (28,237)	y = 28
	a = INT (3,141592665359)	a = 3
	k = INT (524,9 – 256,38)	k = 268

Es sei y = ABS x ; für alle reellen Zahlen x ($y = |x|$)
der absolute Betrag

z.B.	r = ABS (27,1 – 28,29)	r = 1,19

Es sei $y = \mathrm{SGN}\ x$; für alle reellen Zahlen x

1) $y = 1$ für alle $x > 0$

2) $y = 0$ für $x = 0$

3) $y = -1$ für alle $x < 0$

<u>Umrechnung vom bürgerlichen Datum zum Julianischen Datum</u>

Die Variable y sei die Jahreszahl, m sei die Zahl für den Monat und d sei die Zahl für den Tag, mit dezimalem Tagesbruchteil.
Weiterhin sei $k = 1$; für den Fall, daß das Datum dem Gregorianischem, also dem heute gebräuchlichem Kalender entstammt.
Es sei $k = 0$; für den Fall, daß das Datum dem Julianischem Kalender entstammt.

<u>Rechengang</u>

1) $d_1 = \mathrm{INT}\ d$ $\qquad f_1 = d - d_1 - 0{,}5$

2) $a = \mathrm{INT}\left(\frac{m+9}{12}\right)$ $\qquad j_1 = -\mathrm{INT}\left(\frac{7(a+y)}{4}\right)$

3) $v = \mathrm{SGN}\ (m-9)$ $\qquad b = \mathrm{ABS}\ (m-9)$

4) $j_2 = \mathrm{INT}\ (y + v \cdot \mathrm{INT}\ \frac{b}{7})$ $\qquad e = 1 + \mathrm{INT}\left(\frac{j_2}{100}\right)$

5) $j_3 = -\mathrm{INT}\left(\frac{3e}{4}\right)$

6) $j_4 = j_1 + \mathrm{INT}\left(\frac{275m}{9}\right) + d_1 + kj_3$

7) $j_5 = j_4 + 1721027 + 367y + 2k$

8) wenn $f_1 < 0$; dann $f = f_1 + 1$ und $j = j_5 - 1$

9) wenn $f_1 \geqslant 0$; dann $f = f_1$ und $j = j_5$

10) $JD = j + f$

<u>Beispiel:</u> 12. April 1961 8.15 Uhr

Zündung der Bremsraketen von Wostok 1 über Afrika. Die Landung des ersten bemannten Raumflugkörpers mit Juri Gagarin an Bord wurde zu diesem Zeitpunkt eingeleitet.

1961 April 12,344

$y = 1961$; $m = 4$; $d = 12{,}344$; $k = 1$

1) $d_1 = 12$ $f_1 = -0{,}156$

2) $a = 1$ $j_1 = -3433$

3) $v = -1$ $b = 5$

4) $j_2 = \text{INT}\ (y + v \cdot 0) = 1961$ $c = 20$

5) $j_3 = -15$

6) $j_4 = -3433 + 122 + 12 - 15 = -3314$

7) $j_5 = 2437402$

8) $f = 0{,}844$ $j = 2437401$

10) $JD = 2437401{,}844$

Umrechnung des Julianischen Datums in ein bürgerliches Datum

Des Julianische Datum bezeichnen wir wiederum mit JD.

Rechengang

1) $j = \text{INT}\ JD$ $f = JD - j + 0{,}5$

2a) **wenn** $f \geq 1$; **dann gilt:** $f_1 = f - 1$ **und** $j_1 = j + 1$

2b) **wenn** $f < 1$; **dann gilt:** $f_1 = f$ **und** $j_1 = j$

3a) **Wenn das Datum aus dem Gregorianischen Kalender gesucht wird, dann gilt:**

$$a_1 = \text{INT}\ \left(\frac{j_1}{36524{,}25} - 51{,}12264 \right)$$

$$a = j_1 + 1 + a_1 - \text{INT}\ \left(\frac{a_1}{4} \right)$$

3b) **Wenn das Datum aus dem Julianischem Kalender gesucht wird, dann gilt:**

$a = j_1$

4) $b = a + 1524$ $c = \text{INT}\ \left(\frac{b}{365{,}25} - 0{,}3343 \right)$

5) $d_1 = \text{INT}\ (365{,}25\ c)$ $e = \text{INT}\ \left(\frac{b - d_1}{30{,}61} \right)$

6) $d = b - d_1 - \text{INT}\ (30{,}61\ e) + f_1$

7) $m_1 = e - 1$ $y_1 = c - 4716$

8a) wenn $e > 13,5$ dann gilt: $m = m_1 - 12$

8b) sonst gilt: $m = m_1$

9a) wenn $m < 2,5$ dann gilt: $y = y_1 + 1$

9b) sonst gilt: $y = y_1$

10) y = Jahr ; m = Monat ; d = Tag mit dezimalem Tagesbruchteil

---

Beispiel: JD = 2436116,31 (Startzeit von Sputnik 1)

1) $j = 2436116$ $f = 0,81$
2) $f_1 = 0,81$ $j_1 = 2436116$
3) $a_1 = 15$ $a = 2436129$
4) $b = 2437653$ $c = 6673$
5) $d_1 = 2437313$ $e = 11$
6) $d = 4,81$
7) $m_1 = 10$ $y_1 = 1957$
8) $m = 10$
9) $y = 1957$
10) Datum: 1957 Oktober 4,81

Überlegung

Im Gregorianischen Kalender haben innerhalb von 4 Jahren 3 Jahre 365 und 1 Jahr 366 Tage. Das ergibt einen Durchschnitt von 365,25 Tagen. Da aber jedes nicht durch 400 teilbare Jahrhundert kein Schaltjahr ist, ergibt sich über einen Zeitraum von 400 und mehr Jahren ein Tagesdurchschnitt pro Jahr von

$$365,25 - \frac{1}{100} + \frac{1}{400} = 365,2425 \text{ Tagen.}$$

In Wirklichkeit hat aber ein "Bessel'sches Jahr" 365,2422 Tage. Beginn des Besselschen Jahres ist jeweils der Zeitpunkt, zu dem die Sonnenlänge 280° beträgt.
Bei genauen astronomischen Berechnungen dürfen wir diesen feinen Unterschied nicht vernachlässigen.
Ich möchte also der Vollständigkeit halber an dieser Stelle die Berechnung des Beginns des Besselschen Jahres (Epoche), sowie die Berechnung des Besselschen Jahresbruchteils τ mit erwähnen.

Berechnung des Beginns des Besselschen Jahres und Jahresbruchteils

$JD_B(y)$ sei das JD zu Beginn des Besselschen Jahres
y sei das betreffende Jahr

Rechengang

$JD_B(y) = 2433282{,}42345 + 365{,}2422\ (y - 1950)$

Beispiele:	y	$JD_B(y)$
	1984.0	2445700,658
	1985.0	2446065,900
	1986,0	2446431,143

Der Jahresbruchteil τ des Besselschen Jahres wird bis zum 1. Juli des laufenden Jahres zum Jahresbeginn addiert. Ab 2. Juli wird der Jahresbruchteil vom kommenden Beginn des Besselschen Jahres subtrahiert. Mit dieser Festlegung erreicht man, daß τ nie größer als 0,5 wird.

JD(t) sei das JD zum Zeitpunkt dew zu berechnenden Ereignisses.

Rechengang

1) bis einschließlich 1. Juli: $\tau = \dfrac{JD(t) - JD_B(y)}{365{,}2422}$

2) ab2. Juli $\tau = \dfrac{JD_B(y+1) - JD(t)}{365{,}2422}$

Auf die Notwendigkeit der Zerlegung in Beginn und Bruchteil des Besselschen Jahres, sowie auf deren Anwendung kommen wir zu einem späteren Zeitpunkt zurück.
Ich versichte deshalb an dieser Stelle auf Beispiele.

Insehr vielen Fällen reicht zur Berechnung, beispielsweise von Planetenephemeriden, der einfache Jahrhundertbruchteil T , um eine Genauigkeit zu erreichen, die sich in vielen Fällen mit der des "Kalender für Sternfreunde" von P. Ahnert, messen kann.

$$T = \frac{JD(t) - 2415020}{36525}$$

Im letzten Teil dieser Veröffentlichung möchte ich die Berechnung der mittleren Ortssternzeit erklären - eine praxisnahe Sache für jeden Astronomieamateur.
Ich gebe alle Konstanten mit 10 Stellen Genauigkeit an. Mit Rechnern, die mit 8 Stellen arbeiten, sind jedoch auch gute Ergebnisse zu erzielen.

λ sei die östliche Länge des Beobachtungsortes in $^\circ$ (Grad) mit dezimalem Bruchteil.

Z sei der Zeitpunkt der Beobachtung, übertragen auf Weltzeit (UT)

Rechengang

1) Berechnung des JD des Beobachtungstages um 0 Uhr Weltzeit
2) Berechnung des Jahrhundertbruchteils T zu diesem JD
3) Berechnung der Sternzeit Θ_0 in Greenwich (Null - Meridian)

$$a = 0{,}2769199898 + 100{,}0021359\ T + 0{,}000001075\ T^2$$

$$\Theta_0 = (a - \mathrm{INT}\,(a)) \cdot 24$$

4) Die Beobachtungszeit wird zur weiteren Berechnung in Stunden mit dezimalem Stundenbruchteil umgeformt.
5) Die mittlere Ortssternzeit Θ errechnet sich dann aus

$$\Theta = \Theta_0 + \frac{\lambda}{15} + 1{,}002737908\ Z$$

Beispiel: Ich möchte am 25. November 1985 am Fernrohr beobachten und vorher zu Hause um 19.30 Uhr eine "Sternzeituhr" einstellen.

1) JD = 2446394,5
2) T = 0,8589869952
3) Θ_0 = 4,25890608
4) 19.30 MEZ = 18.30 UT ; Z = 18,5
5) Leipzig hat eine geogr. Länge von 12,4°

$$\Theta = 4{,}25890608 + 8{,}2\overline{66} + 18{,}5506513 = 23{,}63622405$$

$$\Theta = 23^h\ 38^m\ 10{,}^s4066$$

Arbeitskreis "Numerische Astronomie"
im Astronomischen Zentrum Schkeuditz
7144 Schkeuditz PSF 29

Leiter: Dipl.- Phys. Lothar Ehrenberg

Autor: Günter Bethge
7010 Leipzig
Kreuzstraße 3B

III-18-155 L 722/85