# Das Halley-Verfahren

Für Positionsberechnungen im Sonnensystem muß bekanntermaßen die Keplergleichung

$E - e \sin(E) - M = 0$

nach **E** aufgelöst werden. Hierbei handelt es sich um eine transzendente Gleichung, deren Lösung für **E** nicht algebraisch bestimmt werden kann. An dieser Stelle bedient man sich mathematischer Verfahren wie z.B. das Newton-Verfahren, mit dem man auf numerischem Wege Lösungen für Gleichungen der Art

$f(x) = 0$

berechnen kann. Die allgemeine Rechenvorschrift lautet

$x_{n-1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$

In einem anderen Zirkular wurde mit einem auf Intervallen basierenden Verfahren schon mal eine Abwandlung dessen vorgestellt.

Es gibt aber noch weitere Varianten des Newton-Verfahrens. Eine von ihnen geht sogar auf Edmond Halley zurück. Dieser doppelte astronomische Bezug soll Grund genug sein, das Halley-Verfahren hier kurz vorzustellen.

Das Halley-Verfahren benutzt in der Rechenvorschrift $f(x)$, $f'(x)$ und $f''(x)$, während das Newton-Verfahren auf die zweite Ableitung $f''(x)$ verzichtet. Damit erreicht das Halley-Verfahren eine bessere Approximation der Kurvenkrümmung und somit eine schnellere Konvergenz. Die Zahl der gültigen Stellen verdreifacht sich mit jedem Iterationsschritt (bei Newton verdoppelt sie sich). Dies wird jedoch mit zusätzlichen Rechenoperationen erkauft.

Die Rechenvorschrift lautet nach Halley

$x_{n-1} = x_n - 2 f(x_n)f'(x_n) / (2 f'(x_n)^2 - f(x_n) f''(x_n))$

Grundsätzlich gelten ebenso wie bei Newton Abhängigkeiten von den Startwerten.

Das Halley-Verfahren kann auf mehrere Dimensionen erweitert werden.